



Quantenradierer

Komplementarität zeigt sich in einem grundlegenden Prinzip von Quantenobjekten: Welcher-Weg-Information und Interferenzfähigkeit schließen einander aus. Dabei bedeutet eine Welcher-Weg-Information zu generieren immer eine Wechselwirkung mit der Umgebung (vielleicht eine Messung). Hierbei wird Dekohärenz erzeugt und das Quantenobjekt ist nicht mehr interferenzfähig beziehungsweise bei Photonen sogar nicht mehr existent. Das Experiment Quantenradierer, sowie die Analog-Experimente mit Laserlicht sollen dieses Prinzip verdeutlichen (vgl. Erwartungshorizont EPAs [1]). Das heutige Q-Café wird sich damit beschäftigen, was der Quantenradierer argumentativ leisten kann und wo die Grenzen der Analogie sind.

1 Polarisation

Maxwell, der Klassiker

In der klassischen Theorie des Lichts wird die Wechselwirkung mit dem linearen Polarisationsfilter als Projektion der elektrischen Feldstärke auf die Vorzugsachse des Polarisationsfilters (Polarisationsachse) beschrieben. Die transmittierte elektromagnetische Welle ist in Richtung der Polarisationsachse linear polarisiert und ihre Amplitude um den Faktor $\cos(\alpha)$ abgeschwächt, wobei α den Winkel zwischen Polarisationsachse und Polarisationsebene der einlaufenden elektromagnetischen Welle beschreibt. Der nicht transmittierte Anteil wird in herkömmlichen Polarisationsfiltern absorbiert.

Und in der Quantenwelt?

Der photonische Zustand hat ebenfalls die Eigenschaft „Polarisation“, auch wenn sich diese auf ein Ensemble bezieht. Allgemeine lineare Polarisationszustände $|\alpha\rangle$ können als Element eines zweidimensionalen Vektorraums beschrieben werden. Zwei orthonormale Elemente spannen diesen Raum auf, diese werden Basis genannt. Ein beliebiger linearer Polarisationszustand hat in der Basis + (vertikal/horizontal) $|\rightarrow\rangle$ und $|\uparrow\rangle$ die mögliche Darstellung:

$$|\alpha\rangle = \cos(\alpha) |\uparrow\rangle + \sin(\alpha) |\rightarrow\rangle. \quad (1)$$

Der Zustand $|\alpha\rangle$ ist um den Winkel α gegenüber einem horizontalen Polarisator gedreht.

Für den mit dem Polarisationswinkel α präparierten Zustand $|\alpha\rangle$, ergibt sich als Transmissions-Wahrscheinlichkeit das Quadrat der Projektion auf die Polarisationsachse. Im Falle eines horizontalen Polarisators ist

$$|\langle \uparrow | \alpha \rangle|^2 = \left| \cos(\alpha) \underbrace{\langle \uparrow | \uparrow \rangle}_{=1} + \sin(\alpha) \underbrace{\langle \uparrow | \rightarrow \rangle}_{=0} \right|^2 = \cos^2(\alpha), \quad (2)$$

$\langle x|y\rangle$ beschreibt hierbei ein Skalarprodukt, also geometrisch die Projektion. Im Formalismus der Quantenphysik macht man es sich dabei sehr einfach, man stellt den Zustand in der Basis dar, auf die projiziert werden soll. Es ergeben sich somit nur senkrechte und parallele Anteile, die betrachtet werden müssen. Es ist $\langle x|y\rangle = 1$, wenn $x = y$ und sonst 0.

Auf den Punkt gebracht:

- Polarisationsfilter beschreiben eine Projektion. Im klassischen Fall wird die Projektion der elektrischen Feldstärke betrachtet, im quantenphysikalischen Fall wird die Projektion einer Wahrscheinlichkeitsamplitude betrachtet.

2 Mach-Zehnder-Interferometer

Der Quantenradierer wird hier im Mach-Zehnder-Interferometer (MZI) umgesetzt, daher soll der Aufbau an dieser Stelle skizziert werden.

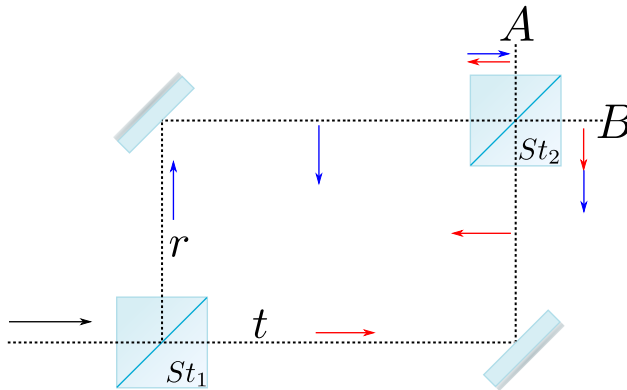


Abbildung 1: Aufbau Mach-Zehnder-Interferometer: Die Phasenlage wird mittels Zeiger beschrieben.

Die Strahlteiler St_1 und St_2 teilen die Intensität im Verhältnis 50 : 50, für die Amplitude ergibt sich somit eine Abschwächung von $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Dementsprechend werden die Längen der Zeiger hinter den Strahlteilern um einen Faktor $\frac{1}{\sqrt{2}}$ reduziert. Wegen Energie-Erhaltung muss die Phasendifferenz zwischen transmittierten und reflektierten Ausgang $\frac{\pi}{2}$ betragen. Hier erfährt o.B.d.A der reflektierte Anteil eine Phasensprung von $\frac{\pi}{2}$ (Rotation um 90° gegen den Uhrzeigersinn). Der transmittierte Anteil erfährt keinen Phasensprung. Hinter St_1 ergeben sich zwei mögliche Pfade r, t , die entsprechenden Zeiger sind in blau (r) beziehungsweise rot (t) gekennzeichnet. Bei Reflexion am Spiegel erfahren die Anteile je einen π -Phasensprung. Bei gleicher optischer Weglänge ergibt sich nach Superposition am Strahlteiler St_2 eine konstruktive Überlagerung am Ausgang B und eine destruktive Überlagerung am Ausgang A .

Eine Phase kommt hinzu.

Eine Phasenverschiebung α entsteht, wenn die optischen Weglängen unterschiedlich sind. Im hiesigen Beispiel erfahre der Zeiger im Pfad r eine Phasenverschiebung. Am Ausgang B ergibt sich nachstehend skizzierte Thales-Situation.

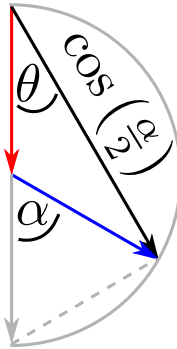


Abbildung 2: Am Ausgang B ergibt sich eine Situation, die mit dem Thaleskreis beschrieben werden kann.

Als Länge des resultierenden Zeigers ergibt sich $\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$.

Das Quadrat dieser Länge wird als Wahrscheinlichkeit für das Messen eines Photons oder im klassischen Falle als Intensität gedeutet:

$$\mathcal{P}(B) = \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 \quad \text{bzw.} \quad I_B = I_0 \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2. \quad (3)$$

Analog oder durch Energie-Betrachtung ergibt sich das Verhalten am Ausgang A:

$$\mathcal{P}(A) = \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 \quad \text{bzw.} \quad I_A = I_0 \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2. \quad (4)$$

3 Der Quantenradierer

Der Aufbau des Quantenradierers ist nachfolgend dargestellt.

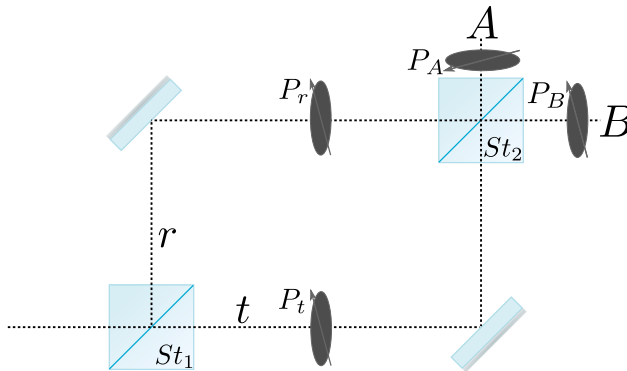


Abbildung 3: Aufbau Quantenradierer: Dem MZI werden vier Polarisationsfilter hinzugefügt.

Für die herkömmliche Erklärung sei auf die EPAs [1, S.38] verwiesen:

„Stellt man die Polarisatoren parallel zueinander ein, dann haben alle Photonen die gleiche Polarisationsrichtung und man sieht ein Interferenzbild auf dem Schirm. Nur der Photosensor [B] spricht an. Stellt man die Polarisatoren senkrecht zueinander, dann wird ein Teil der Photonen mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit in dem Polarisator absorbiert – ein anderer Teil wird durchgelassen. Vor dem Auftreffen auf den Polarisator kann den Photonen keine Vorzugsrichtung zugeschrieben werden. Direkt nach dem Polarisator haben die durchgehenden Photonen die Vorzugsrichtung des Polarisators. Sie sind mit dieser Vorzugsrichtung präpariert. Die Interferenz verschwindet auf Grund der 'Welche-Weg-Information'. Die beiden Polarisatoren in den Teilwegen stehen nun unter -45° bzw. 45° . Stellt man einen dritten Polarisator z.B. unter -45° vor den Schirm, dann gelangen die Photonen auf den Schirm, die eine Polarisationsrichtung von -45° haben, die anderen Photonen werden

absorbiert. Man erhält also kein Interferenzbild. Bei der Stellung 45° erhält man ebenfalls kein Interferenzbild. Stellt man den dritten Polarisator vor dem Schirm so ein, dass seine Polarisationsrichtung unter 0° - also exakt symmetrisch zu den Richtungen der beiden anderen Polarisatoren in den Teilwegen steht, dann sieht man ein Interferenzbild – alle Photonen hinter diesem dritten Polarisator haben die gleiche Polarisationsrichtung. In den Zwischenstellungen sieht man einen kontinuierlichen Übergang. Die 'Welche-Weg-Information' ist gelöscht.“

4 And now for something completely different...

Der Quantenradierer

Die vorgestellte alternative Deutung bezieht sich weiterhin auf den Aufbau der in Abbildung 3 dargestellt ist. Ausgangspunkt ist, dass durch die Polarisatoren P_r und P_t keine Dekohärenz erzeugt wird und somit auch keine Welcher-Weg-Information generiert wird. Weiter ist das Photon im MZI delokalisiert, sodass alle möglichen Pfade in die Betrachtung einbezogen werden müssen - und zwar immer.

Im Falle orthogonaler Polarisatoren in den Teilwegen ($P_t: -45^\circ$ bzw. $P_r: +45^\circ$) findet eine kohärente Überlagerung der beiden orthogonalen Polarisationszustände statt, genau wie in einem doppelbrechenden Medium. An den Ausgängen des Interferometers ergeben sich Polarisationszustände die orthogonal zueinander sind. Zum Beispiel ergibt sich bei optisch gleichlangen Armen eine Phase $\alpha = 0$ zwischen den Polarisationsanteilen, somit superponieren diese am Ausgang B zu einer vertikalen Polarisation und am Ausgang A zu einer horizontalen Polarisation. Bei einer Phasenverschiebung von $\frac{\pi}{2}$ ergibt sich links bzw. rechts zirkular polarisiertes Licht an den Ausgängen B bzw. A .

Die Phaseninformation verschwindet demnach nicht, sie wird nur in Polarisationen kodiert. In der Basis $\times (-45^\circ / +45^\circ$, also die Basis $+$ um 45° gedreht) sind die resultierenden Polarisationszustände nicht unterscheidbar, somit ist die Phaseninformation nicht auflösbar. Wählt man jedoch die Basis $+$ ($0^\circ / 90^\circ$), so kann die Phasendifferenz mit maximalen Kontrast aufgelöst werden.

Bei geschickter Basiswahl lassen sich sogar nichtkomplementäre Ausgänge im Mach-Zehnder-Interferometer erzeugen.



Abbildung 4: Nicht-Komplementäre Ausgänge des MZI. Bei Basiswahl $P_A : 0^\circ$ und $P_B : 90^\circ$ zeigen sich an den Ausgängen des Interferometers Intensitätsverläufe die bei herkömmlicher Interferenz dem Energiesatz widersprechen.

Auf den Punkt gebracht:

- Der Quantenradierer, in oben benannter Form bietet keine Möglichkeit eine Welcher-Weg-Information zu generieren, hierzu müsste das Quantenobjekt mit der Umgebung wechselwirken.
- An den Ausgängen des MZI werden Polarisationszustände kohärent superponiert; der „Quantenradierer“ lässt sich eigentlich besser als Laborumsetzung eines doppelbrechendes Medium beschreiben.

5 Fazit

Der Quantenradierer wird häufig herangezogen zur Verdeutlichung des Komplementaritätsprinzips: Welcher-Weg-Information und Interferenzfähigkeit schließen einander aus. Als Modellversuch hierzu, mag der Versuch tragfähig sein und somit seine Berechtigung im Unterricht haben. Man sollte sich jedoch bewusst sein, dass weder Welche-Weg-Information gelöscht wird, noch irgendetwas radiert wird. Geeigneter zur Verdeutlichung des Komplementaritätsprinzips sind die Versuche Knaller-/Bomben-Test (zum Beispiel [2, Bitte Seite ergänzen]) oder Feynman's Light Microscope[3, C.1-6].

Sollte man nun den „Quantenradierer“ aus dem Repertoire der Quantenphysikausbildung entfernen bzw. ausradieren? Nein, denn dieser Versuch ist hervorragend dazu geeignet um die Superposition und die Basiswahl beim Messprozess zu thematisieren - das vielleicht nur (noch) nicht in der Schule.

Literatur

- [1] Kultusministerkonferenz (2004): *Einheitliche Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Physik*.
- [2] Bader, F. und Dorn, F. (2010): *Dorn Bader: Physik Gymnasium (G8) 11/12*, Schroedel.
- [3] Feynman, R. P., Leighton, R. B. und Sands, M. (2011): *The Feynman Lectures on Physics, Vol. III: The New Millennium Edition: Quantum Mechanics*.